Chapitre 4 5ème

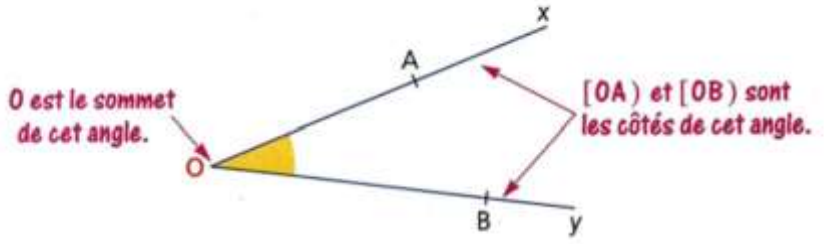
Angles et triangles

(livre pages 202 à 205 + pages 220 à 223)

Rappel :

Définition :

On appelle **ANGLE** l'ouverture formée par deux demi-droites de même origine.



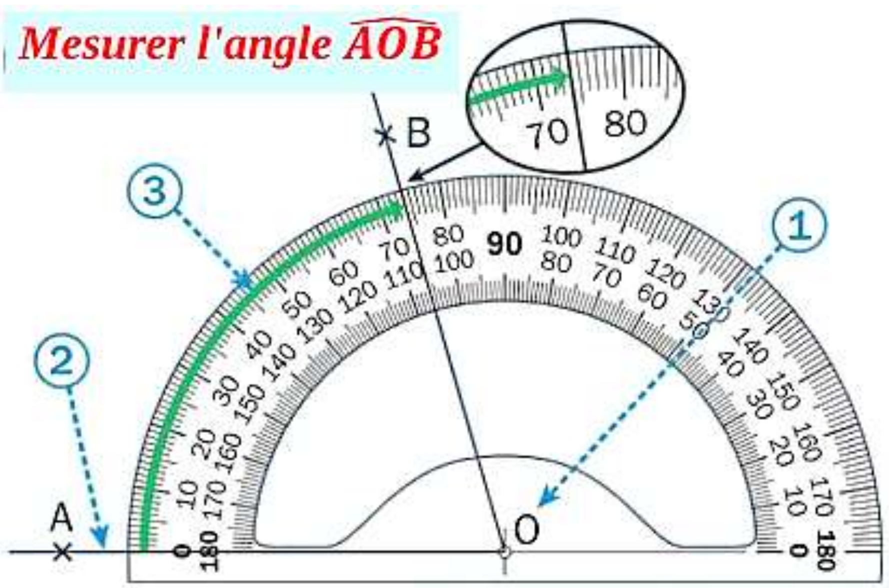
Notation :

Un angle se note à l'aide de trois lettres **: le sommet s'écrite toujours au milieu**.

L'angle ci-dessus se note donc $\widehat{AOB}$ ou $\widehat{BOA}$ ou $\widehat{xOy}$ ou $\widehat{xOB}$ ...

Remarque : Lorsque deux angles sont codés de la même façon, cela signifie qu'ils sont de même mesure.

Instrument de mesure : Pour mesurer un angle on utilise un **rapporteur**. Il est gradué en degrés (de 0° à 180°).



① **Place le centre du rapporteur sur le sommet O (la lettre).**
② **Place l'un des deux zéros sur un côté de l'angle.**
③ **Compte les graduations (suis la flèche verte) jusqu'au second côté.**

Ici, l'angle $\widehat{AOB}$ mesure 74°.

I. Reconnaître des angles

*** Savoir reconnaître des angles particuliers**

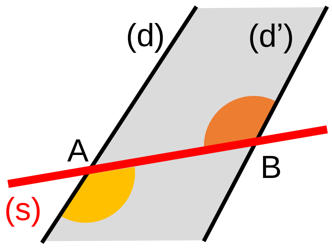
Soient deux droites (d) et (d') et une sécante (s) qui coupe (d) et (d') en deux points A et B.

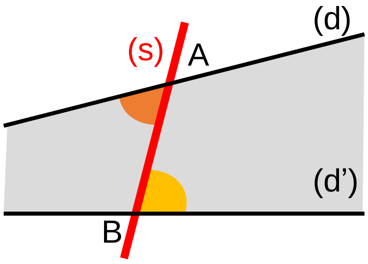
a) Angles alternes-internes

Définition : Deux angles sont **alternes-internes** lorsque :

- ils n'ont pas le même sommet ;
- ils sont situés de part et d'autre de la sécante (s) ;
- ils sont entre les droites (d) et (d').

Exemple :



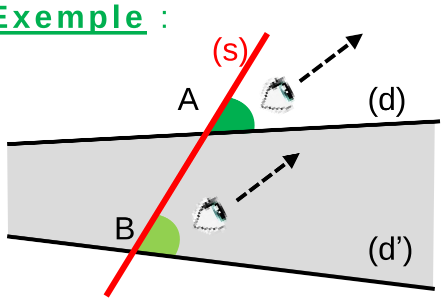


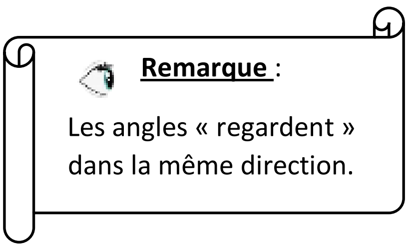
b) Angles correspondants

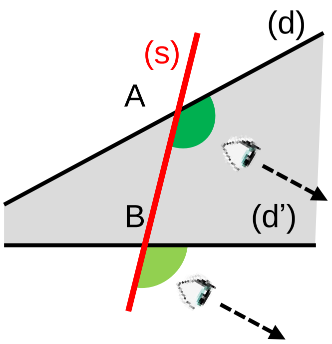
Définition : Deux angles sont **correspondants** lorsque :

- ils ont le même sommet
- ils sont du même côté de la sécante (s) ;
- un seul est situé entre les droite (d) et (d') (l'autre est en dehors).

Exemple :





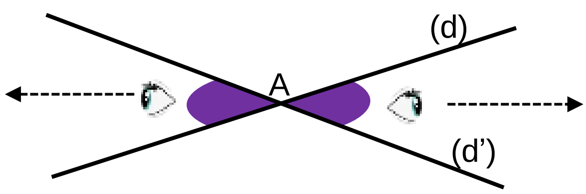


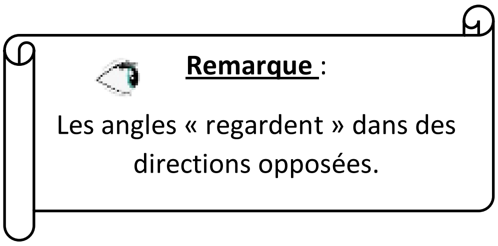
c) Angles opposés par le sommet

Définition :

Deux angles sont opposés par le sommet lorsqu'ils ont le même sommet et si leurs côtés sont dans le prolongement l'un de l'autre.

Exemple :

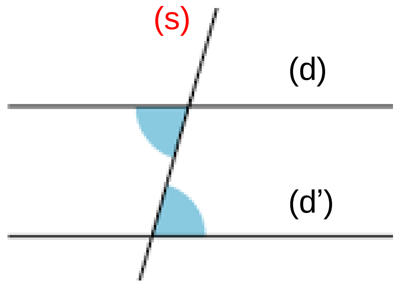




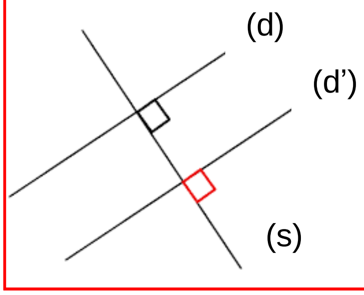
II. Angles et droites parallèles

a) Déterminer un angle à l'aide de deux droites parallèles

Propriété :
Si deux droites parallèles sont coupées par une sécante, alors les angles alternes-internes qu'elles forment ont même mesure.



Propriété (conséquence) :

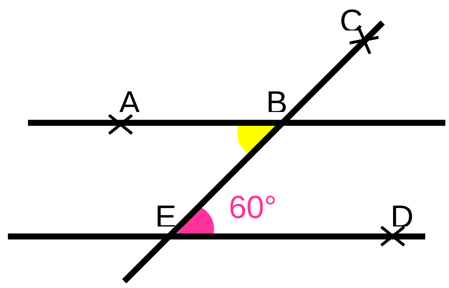


Si deux droites sont parallèles et si une droite est perpendiculaire à l'une d'elles, alors elle est perpendiculaire à l'autre.

*** Savoir déterminer la mesure d'un angle à partir de 2 droites parallèles.**

Exemple :

Enoncé :
Les droites (AB) et (ED) sont parallèles.
Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{ABE}$. Justifier.



Réponse :

On sait que :

- (AB) // (ED)
- Les angles $\widehat{ABE}$ et $\widehat{BED}$ sont alternes-internes

Or :
Si deux droites (AB) et (ED) sont parallèles et sont coupées par une sécante (EB) alors les mesures des angles alternes-internes qu'elles déterminent sont égales.

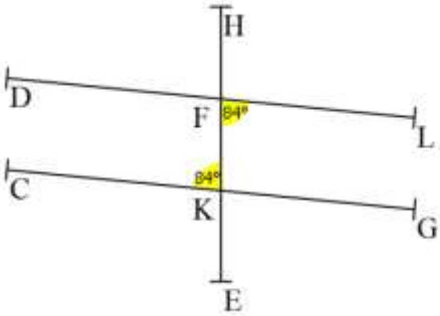
Donc :
$\widehat{ABE} = \widehat{BED} = 60°$

b) Reconnaître des droites parallèles

Propriété :
Si deux droites (d) et (d') sont coupées par une sécante (s) en formant des angles alternes-internes sont égaux alors, ces deux droites sont parallèles.

Propriété (conséquence) :
Si deux droites sont perpendiculaires à une même droite alors elles sont parallèles entre elles.

<u>* Savoir reconnaître des droites parallèles</u>



<u>Exemple</u> :

<u>Enoncé</u> :

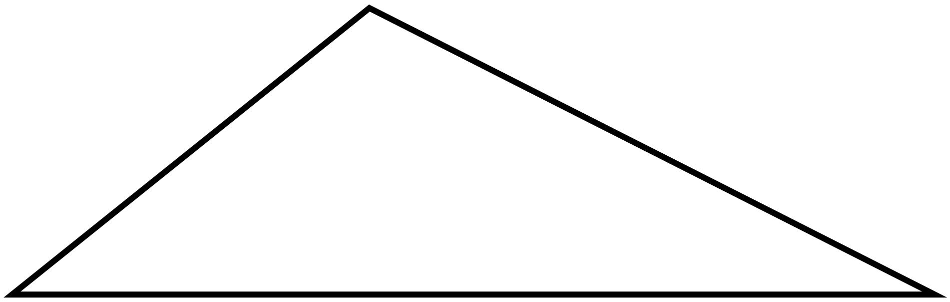
Montrer que les droites (DL) et (CG) sont parallèles.

<u>Réponse</u> :

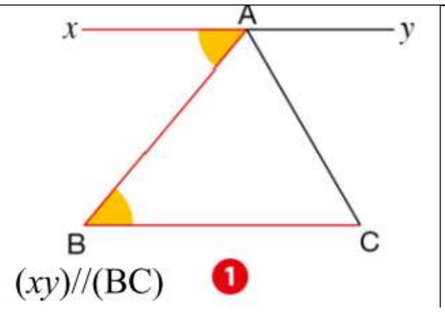
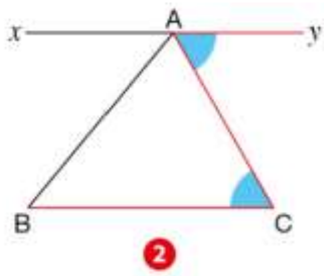
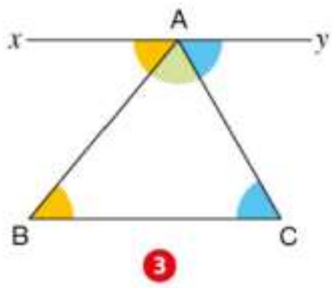
<u>On sait que</u> :	**<u>Or</u> :**	**<u>Donc</u> :**
- Les angles $\widehat{LFK}$ et $\widehat{CKF}$ sont alternes-internes - $\widehat{LFK} = 84°$ et $\widehat{CKF} = 84°$ soit $\widehat{LFK} = \widehat{CKF}$	Si deux angles alternes-internes sont de même mesure alors les droites sur lesquelles ils reposent sont parallèles.	(DL) // (CG)

III. Déterminer un angle dans un triangle

<u>Propriété</u> : La somme des mesures des angles d'un triangle est égale à 180°.



<u>Explications</u> :

		
Les angles jaunes sont des angles alternes-internes égaux.	Les angles bleus sont des angles alternes-internes égaux.	La somme des angles jaune, vert et bleu forment un angle plat, soit un angle de 180°.

IV. Les triangles

a) Inégalité triangulaire

<u>Propriété</u> : Dans un triangle, la longueur de chaque côté est inférieure à la somme des longueurs des deux autres côtés.

<u>SI</u> ABC est un triangle **<u>ALORS</u>** $\begin{cases} \mathbf{AB < AB + CB} \\ \text{ou} \\ \mathbf{AC < AB + BC} \\ \text{ou} \\ \mathbf{BC < BA + AC} \end{cases}$

Méthode : Pour vérifier qu'un triangle est constructible, on vérifie que la plus grande longueur est inférieure à la somme des deux autres.

*** Savoir utiliser l'inégalité triangulaire**

Exemple : Peut-on construire un triangle ABC de longueurs AB = 75 cm ; AC = 43 cm et BC = 31 cm ?

On va comparer la plus grande des 3 longueurs avec la somme des deux autres longueurs.

D'une part, AB = 75 cm. | D'autre part, AC + BC = 43 + 31 = 74 cm

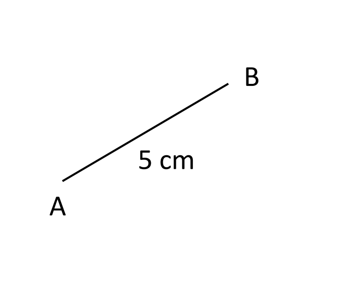
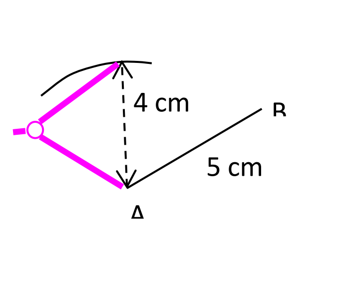
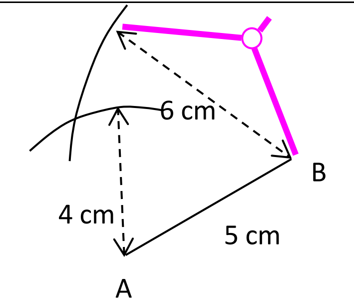
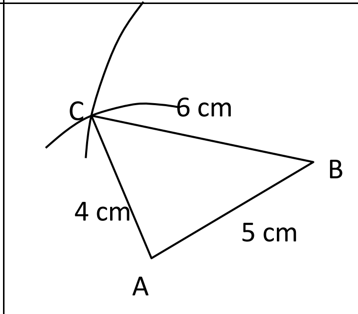
Comme AB > AC + BC alors le triangle ABC ne peut pas être construit

b) Construction d'un triangle

*** Savoir construire un triangle**

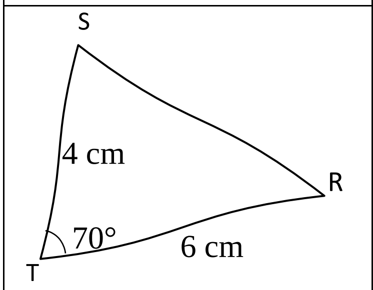
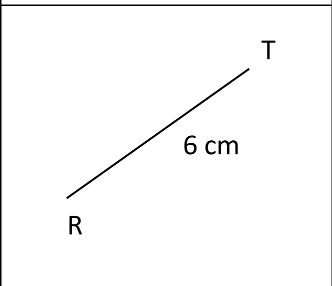
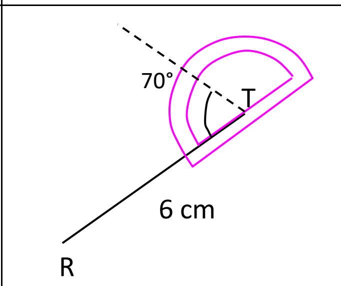
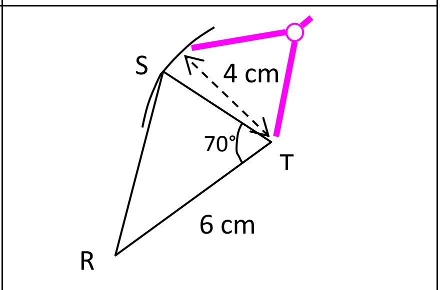
Cas n°1 : *On connaît la longueur des trois côtés du triangle*

Exemple : Construire un triangle ABC tel que : AB = 5cm ; AC = 4cm et BC = 6cm.

1	2	3	4
			
Tracer le segment [AB] de longueur 5 cm.	Tracer un arc de cercle de centre A et de rayon 4 cm.	Tracer un arc de cercle de centre B et de rayon 6 cm.	Placer C à l'intersection des deux arcs de cercle.

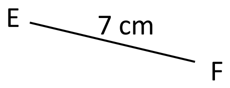
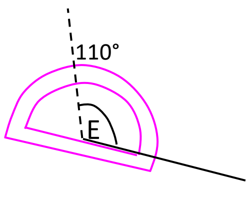
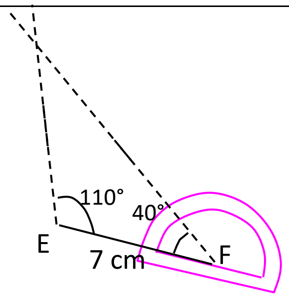
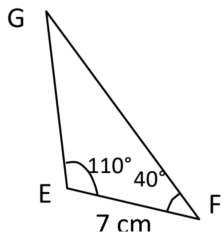
Cas n°2 : *On connaît la longueur de deux côtés et l'angle compris entre ces deux côtés*

Exemple : Construire un triangle RST tel que : RT = 6 cm ; ST = 4cm et $\widehat{RTS} = 70°$.

1	2	3	4
			
On peut commencer par faire une figure à main levée.	Tracer le segment [RT] de longueur 6 cm.	Tracer la demi-droite d'origine T qui fait un angle de 70° avec le segment [RT].	Tracer un arc de cercle de centre T et de rayon 4 cm. Placer S à l'intersection de l'arc de cercle et de la demi-droite.

Cas n°3 : *On connaît la longueur d'un côté et les 2 angles qui lui sont adjacents.*

Exemple : Construire un triangle EFG tel que : EF = 7 cm ; $\widehat{FEG} = 110°$ et $\widehat{EFG} = 40°$.

1	2	3	4
			
Tracer le segment [EF] de longueur 7 cm.	Tracer la demi-droite d'origine E qui fait un angle de 110° avec le segment [EF].	Tracer la demi-droite d'origine F qui fait un angle de 40° avec le segment [EF].	Placer G à l'intersection des deux demi-droites.

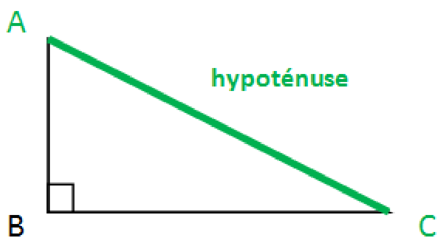
c) Triangles particuliers

*** Connaître les triangles particuliers**

Définition :

Un triangle rectangle est un triangle qui possède un angle droit.

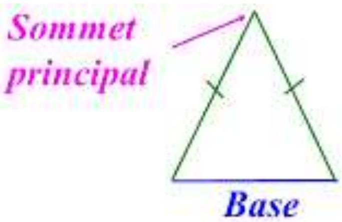
Le côté opposé à l'angle droit s'appelle l'hypoténuse.



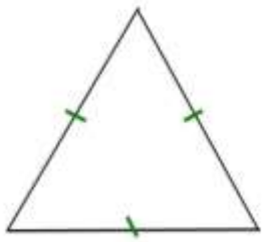
Un triangle isocèle est un triangle qui a deux côtés de même longueur.

On appelle :

- Sommet principal : le point commun aux deux côtés de même longueur.
- Base : le côté opposé au sommet principal.



Un triangle équilatéral est un triangle qui a ses trois côtés de même longueur.



Propriété :

Dans un triangle isocèle, les deux angles de la base ont la même mesure.

Réciproque :

SI un triangle à deux angles de même mesure ALORS il est isocèle.

Propriété :

SI un triangle est équilatéral ALORS ses trois angles mesurent 60°.

Réciproque :

SI un triangle à trois angles de même mesure ALORS il est équilatéral.